Μεθοδολογίες Ασκήσεων στα Όρια

Α) Πεπερασμένο όριο συνάρτησης στο $x_0 \epsilon$ R

$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x+1}{x^2-1} = \left(\frac{0}{0}\right)$	Για την άρση της απροσδιοριστίας παραγοντοποιούμε τους όρους του κλάσματος ή εφαρμόζουμε το De l' Hospital.
$\lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{9-x} = \left(\frac{0}{0}\right)$	Για την άρση της απροσδιοριστίας πολλαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος με τη συζυγή παράσταση ή εφαρμόζουμε το De l' Hospital.
Αν f(x) = $\begin{cases} 2x-1, & x<1 \\ x^2, & x\geq 1 \end{cases}$ να βρεθεί το $\lim_{x\to 1} f(x)$	Βρίσκουμε τα πλευρικά όρια. Αν είναι ίδια το όριο της f(x) ταυτίζεται με τα πλευρικά.
$\lim_{x\to 0}\frac{\varepsilon\varphi x}{x} = \left(\frac{0}{0}\right)$	Χρησιμοποιούμε τα τριγωνομετρικά όρια $\lim_{x\to 0}\frac{\eta\mu x}{x} = 1$ $\lim_{x\to 0}\frac{\sigma\upsilon\nu x-1}{x} = 0$
Αν $1-x^2 \leq f(x) \leq 1+x^2$ να βρεθεί το $\lim_{x\to 0} f(x)$	Εφαρμόζουμε το κριτήριο παρεμβολής
$\lim_{x\to 0} x\cdot\eta\mu\frac{1}{x} = \ (0\cdot\eta\mu\infty)$	Ξεκινώντας από την ανίσωση -1 ≤ ημx ≤ 1 κατασκευάζουμε την συνάρτηση και εφαρμόζουμε κριτήριο παρεμβολής
$\lim_{x\to -5}\frac{\|x+5\|}{x+5} = \left(\frac{0}{0}\right)$	Αν μηδενίζει το απόλυτο παίρνω 2 περιπτώσεις και υπολογίζω τα πλευρικά όρια. Αν δεν μηδενίζει παίρνω μόνο την μία περίπτωση
$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \left(\frac{0}{0}\right)$	Αλλαγή μεταβλητής. Θέτω $\sqrt{x} = y$ και βρίσκω το $\lim_{x\to 1} y$

B) Μη πεπερασμένο όριο συνάρτησης στο $x_0 \epsilon$ R

$\lim_{x\to 0}\frac{x+5}{x^4+3x^2}=\left(\frac{5}{0}\right)$	Όταν ο παρονομαστής διατηρεί πρόσημο δεν χρειάζεται να βρω πλευρικά όρια.
$\lim_{x\to 1}\frac{2x}{1-x}=\left(\frac{2}{0}\right)$	Όταν ο παρονομαστής δεν διατηρεί πρόσημο χρειάζεται να βρω τα πλευρικά όρια. Μόνο αν είναι ίσα υπάρχει το όριο.

C) *Όριο συνάρτησης στο $x_0 \epsilon$ R <u>με παράμετρο</u>*

Αν f(x) = $\frac{(\lambda-1)x^2+x-2}{x^2-1}$ και $\lim_{x\to 1} f(x)=\ell$ πραγματικός αριθμός

Κάνουμε πρώτα χιαστεί στον τύπο της συνάρτησης και έπειτα υπολογίζουμε τα όρια.

D) *Όριο συνάρτησης στο άπειρο.*

$\lim_{x\to +\infty}(-10x^2+10x-5)$	Το όριο πολυωνυμικής συνάρτησης είναι ίσο με το όριο του μεγιστοβάθμιου όρου
$\lim_{x\to +\infty}\frac{x^4-5x^3+2x-1}{x^3-3x+2}$	Το όριο ρητής συνάρτησης ισούται με το όριο των μεγιστοβάθμιων όρων του αριθμητή και του παρονομαστή
$\lim_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-2x+1})$	Το όριο άρρητης συνάρτησης ισούται με το όριο του μεγιστοβάθμιου όρου. Αν το όριο είναι απροσδιοριστία πολλαπλασιάζουμε αριθμητή και παρονομαστή με τη συζυγή παράσταση

E) *Όριο ρητής συνάρτησης στο άπειρο* ***<u>με παράμετρο</u>***

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(\mu-1)x^3+2x^2+3}{\mu x^2-5x+6} = A$$

Διακρίνουμε περιπτώσεις για τους συντελεστές των μεγιστοβάθμιων όρων.

a) Αν (μ-1)≠0 και μ≠0 τότε A = $\lim_{x \to +\infty} \frac{(\mu-1)x^3}{\mu x^2}$ =……

b) Αν (μ-1)=0 τότε A = $\lim_{x \to +\infty} \frac{0x^3+2x^2+3}{1x^2-5x+6}$ =……

c) Αν μ=0 τότε A = $\lim_{x \to +\infty} \frac{-1x^3+2x^2+3}{0x^2-5x+6}$ =……

F) *Όριο άρρητης συνάρτησης στο άπειρο* ***<u>με παράμετρο</u>***

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{\boldsymbol{x^2+1}} + \boldsymbol{\mu x}\right) = \boldsymbol{A}$$

Πρώτα την μετασχηματίζουμε A = ……………. = $\lim_{x \to -\infty} x(\mu-1)$ Και έπειτα διακρίνουμε περιπτώσεις:

a) Αν μ-1 > 0
b) Αν μ-1 < 0
c) Αν μ-1 = 0 τότε A= $\lim_{x \to -\infty} (\sqrt{\boldsymbol{x^2+1}} + \boldsymbol{x})$ για να υπολογίσουμε το όριο πολλαπλασιάζουμε με τη συζυγή παράσταση.